

LE CORRENTI A PELO LIBERO (*)14.1 - Moto uniforme nei canali

Una corrente a pelo libero è in moto uniforme se il valore della velocità, lungo ogni linea di corrente, è indipendente dal tempo e dallo spazio. Se il regime del moto è turbolento, come si verifica normalmente, il riferimento va fatto alla velocità di trasporto.

Perchè possa realizzarsi un movimento uniforme, l'alveo dev'essere cilindrico e la superficie libera della corrente dev'essere parallela al fon-
do (fig. 14.1). Infatti, la condizione di continuità del moto permanente di f. incomprimibile

(14.1)

$$Q = \Omega U = \text{cost} ,$$

unita alla condizione di uniformità, che in termini di velocità media diventa $U = \text{cost}$, comporta la:

$\Omega = \text{cost}$ (in dicendo con Ω l'area totale della sez. tra

sversale). Anche la linea dei carichi totali è necessariamente paral

lela al fondo e al pelo libero ($\propto U^2/2g = \text{cost}$). Quest'ultimo rappresenta anche la linea dei carichi piezometrici h

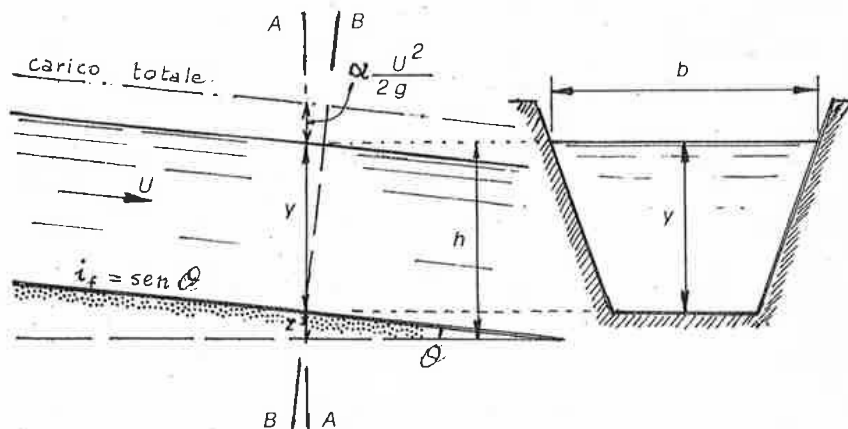


Fig. 14.1

$$(14.2) \quad j = - \frac{dH}{ds} = - \frac{dh}{ds} = - \frac{dz}{ds} = i_f$$

Con i_f si indica la pendenza del fondo, che è generalmente abbastanza piccola da poter scrivere

$$(14.3) \quad i_f = \text{sen } \theta \approx \theta ; \quad \cos \theta \approx 1$$

(*) Stesura del prof.ing. Enrico Marchi

Non vi è quindi differenza apprezzabile fra sez. verticali, come la A-A della fig. 14.1, e sez. normali alla corrente, come la B-B.

L'EQUAZIONE DEL MOTO UNIFORME NEI CANALI non differisce sostanzialmente da quella delle correnti in pressione. Il diametro è sostituito dall'equivalente grandezza $4R$ e la pendenza motrice i coincide con la pendenza del fondo i_f . Si usa tuttavia mettere in evidenza la velocità, adottando la forma di Chézy (V. eq. 12.11)

(14.4)

$$U = \chi \sqrt{R i_f}$$

dove si è indicato con R il raggio idraulico

(14.5)

$$R = \frac{\Omega}{P} = \frac{\text{area della sez. normale della corrente}}{\text{perimetro bagnato dell'alveo}}$$

Nelle condotte circolari in pressione:

$$R = D/4$$

Nei canali trapezi e nei rettangolari circoscritti a una semicirconferenza di raggio y , nei canali semicircolari di raggio y :

$$R = y/2$$

Nei canali infinitamente larghi, prof. y :

$$R = y$$

Il coeff. di attrito χ ha le dimensioni della radice di un'accelerazione (u.d.m. nel sistema tecnico $m^{1/2} s^{-1}$). Volendo impiegare un coeff. di resistenza adimensionale C , si sostituisce la (14.4) con l'equazione

(14.6)

$$U = C \sqrt{g R i_f}$$

Fra i coefficienti C e χ e il coeff. λ dell'eq.ne (12.10) del moto uniforme nelle condotte in pressione, valgono le relazioni già viste

(14.7)

$$\chi = C \sqrt{g} = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \quad ; \quad C = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}$$

14.2 - Formule per il calcolo del coefficiente di attrito

Il coefficiente C (o χ) è in generale funzione del n° di Reynolds, della scabrezza relativa e della forma dell'alveo. L'influenza di Re è poco sentita perchè, nei canali, il regime del moto è di norma "assolutamente turbolento". In generale si può calcolare C con la formula logaritmica

(14.8)

$$C = \frac{\chi}{\sqrt{g}} = -5,75 \log \left(\frac{C}{\varphi Re} + \frac{\varepsilon}{13,3 \varphi R} \right)$$

che è un'estensione alle correnti a p.l. della formula di Colebrook con:

ε = scabrezza equivalente di sabbia (V. tab. a parte)

R = raggio idraulico (ε/R = scabrezza relativa)

$Re = 4UR/\nu = n^\circ$ di Reynolds

φ = coefficiente di forma che può assumere i valori della tab. A

Tabella A

Forma sezione	Coeff. φ
Triangolare equilatera	1,30 - 1,25
Triangolare retta	1,20 - 1,15
Semicircolare	0,90
Trapezia ($\frac{1}{2}$ esagono)	1,00 - 0,90
Trapezia larga	0,80
Rettangolare ($b = 2y$)	0,95
Rettangolare larga	0,80

Diagrammi semilogaritmici $C - \log(\varphi R)$, del tipo di quello riportato a parte, consentono il calcolo di C (o di χ) in funzione del raggio idraulico di forma φR e della scabrezza assoluta ε , tenendo conto anche della eventuale influenza di Re in base alla conoscenza della pendenza i_f .

Nel caso molto frequente di moto assolutamente turbolento la (14.8) si riduce alla formula esplicita

$$(14.9) \quad C = \frac{\chi}{\sqrt{g}} = 5,75 \log \left(\frac{13,3 \varphi R}{\varepsilon} \right) = \frac{1}{R} \ln \left(\frac{13,3 \varphi R}{\varepsilon} \right)$$

rappresentata dalla retta più alta di ciascun fascio di curve $\varepsilon = \text{cost}$ nel diagramma riportato a parte.

Nello stesso regime assolutamente turbolento trovano largo impiego alcune formule empiriche, che definiscono χ in funzione soltanto della natura delle pareti e del raggio idraulico. Le più famose sono

$$(14.10) \quad \text{BAZIN} \quad \chi = 87 / (1 + n/\sqrt{R})$$

$$(14.11) \quad \text{KUTTER} \quad \chi = 100 / (1 + m/\sqrt{R})$$

$$(14.12) \quad \text{GAUCKLER-STRICKLER} \quad \chi = k R^{1/6}$$

dove n , m , k sono i già visti (n. 12.6 del cap.12) parametri dimensionali di scabrezza assegnati in relazione alla natura dell'alveo (V. tabella a parte).

Sostituendo la (14.12) nell'eq.ne (14.4) del moto uniforme, si ottiene

$$(14.13) \quad U = k R^{2/3} i_f^{1/2}$$

che è l'eq.ne di MANNING, probabilmente la più usata per il calcolo diretto del

le grandezze del moto uniforme nelle correnti a pelo libero.

14.3 - Progetto dei canali

Assegnata la portata Q , la pendenza i_f , la natura e la forma dell'alveo, il problema consiste nella determinazione della profondità y_u del moto uniforme. L'eq. (14.4), o la (14.6), tenuto conto che $Q = \Omega U$, si può scrivere:

$$(14.14) \quad \frac{Q}{\sqrt{i_f}} = \chi \Omega \sqrt{R} = f(y) \quad , \quad \text{oppure} \quad \frac{Q}{\sqrt{i_f}} = C \Omega \sqrt{g R} = f(y)$$

dove il primo membro è noto e il secondo, essendo funzione della profondità, fornisce la soluzione cercata con un procedimento analitico o grafico. Generalmente tale funzione è approssimabile con l'eq. $f(y) = K y^m$ e in un diagramma bilogarithmico è rappresentabile con una retta che si traccia interpolando la $f = \Omega \chi \sqrt{R}$ calcolata per alcuni valori fissati della profondità. Entrando con il valore noto $Q/\sqrt{i_f}$ si ottiene quindi subito il valore y_u cercato, come mostra la fig. 14.2.

In altri casi, assegnata la forma trapezia della sezione, ossia l'inclinazione delle sponde, può essere chiesta la determinazione della larghezza di base l e della profondità y_u . Fissando la prima, il problema si riconduce al caso precedente. Altrimenti si può cercare la coppia di valori l ed y_u che consentono il deflusso della portata assegnata con la minima area. Tale sezione, detta di economia, è anche quella che, a parità di area, consente il deflusso della max portata. Poichè ciò comporta, per $\Omega = \text{cost}$, il max R , ossia il minimo contorno bagnato P , si devono imporre le condizioni $d\Omega = 0$ e $dP = 0$. Dalla soluzione di questo sistema di eq. differenziali deriva che la sezione trapezia più conveniente dal punto di vista idraulico è quella circoscritta ad una semicirconferenza di raggio y_u (ed il suo raggio idraulico vale $R = y_u/2$; V. fig. 14.3). In particolare, per sez. rettangolari la base dev'essere doppia della profondità.

Da notare che per tutte le sezioni più larghe di quella di economia il raggio idraulico è maggiore di $y_u/2$, compreso fra i limiti $\frac{1}{2} y_u < R < y_u$ (sez. ∞ larga).

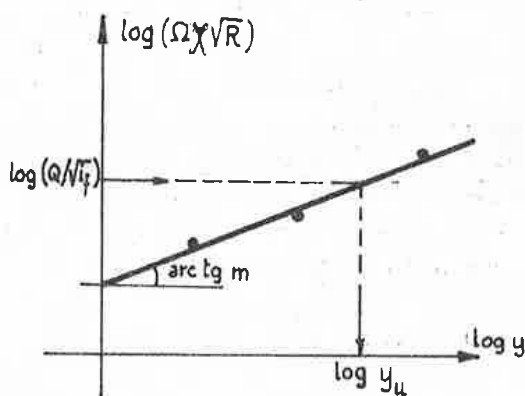


Fig. 14.2

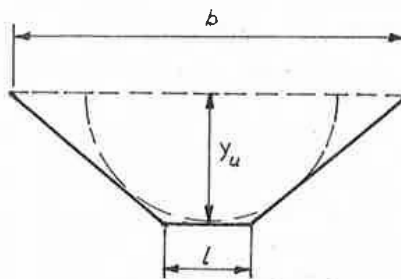


Fig. 14.3

14.4 - Distribuzione della velocità

La legge logaritmica di distribuzione della velocità si dimostra sperimentalmente soddisfatta, con sufficiente approssimazione, anche nelle correnti a p.l. lungo le normali al contorno. I valori della velocità alla transizione fra il substrato laminare alla parete e il nucleo turbolento (come lo spessore δ dello stesso strato laminare e la tensione τ_0 sul contorno) sono però variabili lungo il perimetro, in dipendenza della forma della sezione.

Una modifica importante si presenta in vicinanza della superficie libera dove, generalmente, la velocità è minore di quella degli strati sottostanti. Essa assume il valore max al di sotto del p.l. dal 5% al 20% della profondità, passando da sezioni larghe a sezioni strette.

Sul fenomeno è certamente significativa l'influenza della anisotropia della turbolenza provocata dalla presenza della superficie libera, che rappresenta una superficie di limitazione alle componenti turbolente normali ad essa. Da questa alterazione del processo turbolento può derivare un incremento delle tensioni tangenziali su piani perpendicolari al p.l. nello strato prossimo ad esso e quindi, come conseguenza, la riduzione della velocità. Altri fenomeni sono probabilmente connessi con quello in esame, come ad esempio i moti trasversali che si formano normalmente nelle correnti con superficie libera.

Nelle sezioni infinitamente larghe la max velocità tende a verificarsi sul p.l. e la distribuzione della velocità lungo le verticali può essere espressa con una legge logaritmica del tipo (10.26) del cap. 10. In tali condizioni i coeff. α e β , riduttori della En.Cin. e della Q.d.M., sono correlati con il coefficiente di resistenza C dalle

$$(14.15) \quad \alpha = 1 + \frac{19}{C^2} \quad ; \quad \beta = 1 + \frac{6,3}{C^2}$$

e la velocità assume il valore medio U alla distanza $\sim 0,4 y_u$ dal fondo.

Poichè i valori di C sono ordinariamente compresi fra u_{25} (canali quasi lisci) e 10 (canali fortemente scabri) i corrispondenti valori di α e β variano nel campo: $\alpha = 1,03 + 1,19$; $\beta = 1,01 + 1,06$.

Per sezioni semicircolari o ad esse circoscritte, rettangolari e trapezie, i coefficienti aumentano un poco, sull'ordine del 20% di $(\alpha - 1)$ e di $(\beta - 1)$.

14.5 - Grandezze caratteristiche delle correnti a pelo libero

In ogni sezione di una corrente cilindrica, o quasi-cilindrica, si definiscono le seguenti grandezze caratteristiche.

a - Il carico specifico E, somma della profondità y e dell'altezza cinetica $\alpha U^2/2g = \alpha Q^2/2g\Omega^2$; esso rappresenta l'energia per 1 di peso del liquido (carico totale) con riferimento al fondo della sezione:

$$(14.16) \quad E = y + \alpha \frac{U^2}{2g} = y + \alpha \frac{Q^2}{2g\Omega^2}.$$

L'andamento normale delle funzioni $E = E(y)$, a portata $Q = \text{cost}$, e $Q = Q(y)$ a carico $E = \text{cost}$, è riportato nella fig. 14.4.

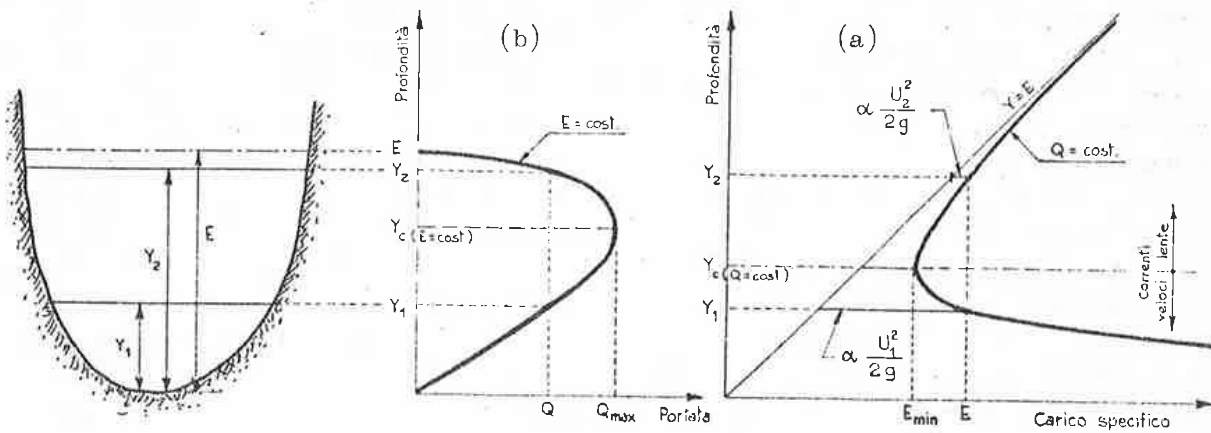


Fig. 14.4

b - La profondità critica y_c : è la profondità cui corrisponde, per una data portata, il minimo carico specifico; oppure, per un dato carico specifico, la massima portata.

Nel primo caso - curva (a) della fig. 14.4 - derivando la (14.16) rispetto ad y , tenuto conto che $d\Omega = b dy$, con b = larghezza del p.l. alla profondità y , segue

$$(14.17) \quad \frac{dE}{dy} = 1 - \alpha \frac{Q^2}{g \Omega^3} \frac{d\Omega}{dy} = 1 - \alpha \frac{Q^2 b}{g \Omega^3}$$

e imponendo la condizione $dE/dy = 0$ si ottiene l'eq.ne che definisce la profondità critica per data portata:

$$(14.18) \quad \left[\frac{\Omega^3}{b} \right]_{y=y_c} = \alpha \frac{Q^2}{g} ;$$

per sez. rettangolare ($\Omega = by$) la (14.18) diventa

$$(14.19) \quad y_c = \sqrt[3]{\alpha \frac{Q^2}{g b^2}} = \sqrt[3]{\alpha \frac{q^2}{g}} \quad \text{con } q = \frac{Q}{b} = \text{portata per 1 di larghezza}$$

Nel secondo caso, dalla (14.16) si deduce la portata

$$(14.20) \quad Q = \sqrt{\frac{2g}{\alpha}} (E - y) \Omega$$

rappresentata dalla curva (b) della fig. 14.4; derivando la (14.20) rispetto

ad y ed uguagliando a zero la derivata, si ottiene l'eq.ne che definisce la profondità critica per dato carico specifico:

$$(14.21) \quad y_c + \left[\frac{\Omega}{2b} \right]_{y=y_c} = E$$

per sez. rettangolare

$$(14.22) \quad y_c = \frac{2}{3} E$$

c - La velocità critica U_c : è la velocità definita dall'eq.ne (14.18), posto $Q = U_c \Omega$:

$$(14.23) \quad U_c = \sqrt{\frac{g \Omega}{\alpha b}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{g y_m}$$

essendo $y_m = \Omega/b$ la prof. media (profondità della sezione rettangolare equivalente alla data e con la stessa larghezza al p.l.). Per sezione rettangolare: $y_m \equiv y$.

In generale, a parità di Q e di E , si possono presentare due tipi di corrente (V. fig. 14.4)

corrente veloce (o supercritica) con velocità $U_1 > U_c$ e prof. $y_1 < y_c$

corrente lenta (o subcritica) con velocità $U_2 < U_c$ e prof. $y_2 > y_c$

d - La pendenza critica i_Q , per una data portata Q : è la pendenza che dovrebbe avere un alveo cilindrico con la sezione assegnata per consentire il deflusso della portata Q , in moto uniforme, con profondità pari alla critica.

Dall'eq.ne del moto uniforme (14.4) scritta nella forma $i_f = Q^2 / \Omega^2 \chi^2 R$ sostituendovi la portata con la (14.18), deriva

$$(14.24) \quad i_Q = \frac{\frac{g}{\alpha} \cdot \left[\frac{\Omega^3}{b} \right]_{y=y_c}}{\left[\Omega^2 \chi^2 R \right]_{y=y_c}} = \frac{g}{\alpha} \left[\frac{P}{\chi^2_b} \right]_{y=y_c}$$

e in alveo ω largo ($P/b \rightarrow 1$), posto per semplicità $\alpha = 1$,

$$(14.25) \quad i_Q = \frac{g}{\chi^2_{(y=y_c)}} \quad \text{o, per la (14.7)} \quad i_Q = \frac{1}{C^2_{(y=y_c)}}$$

Gli alvei con pendenza del fondo $i_f > i_Q$ si dicono torrentizi (o a forte pendenza); in essi il moto uniforme, con la portata data, è una corrente

veloce. Gli alvei con $i_f < i_Q$ si dicono fluviali (o a debole pendenza) ed in essi il moto uniforme è una corrente lenta.

Si definisce la pendenza critica i_c , per una data profondità, con l'eq.ne:

$$(14.26) \quad i_c = \frac{g}{\alpha X^2} \frac{P}{b} = \frac{1}{\alpha C^2} \frac{P}{b}$$

analoga alla (14.24), ma nella quale il II membro si calcola in funzione dell'assegnato valore y di profondità (*).

e - Numero di Froude

$$(14.27) \quad Fr = \frac{U}{\sqrt{g y_m}} \quad ; \quad \text{per sez. rett.} \quad Fr = \frac{U}{\sqrt{g y}}$$

Assumendo $\alpha = 1$, come si usa normalmente, si osserva che il n° di Froude è il rapporto fra la velocità media e la velocità critica:

$$(14.28) \quad \text{correnti veloci, essendo } U > \sqrt{g y_m}, \text{ risulta } \boxed{Fr > 1}$$

$$(14.29) \quad \text{correnti lente, } " \quad U < \sqrt{g y_m}, \quad " \quad \boxed{Fr < 1}$$

In una corrente uniforme di profondità media y_m le perturbazioni di piccola ampiezza e piccola curvatura si propagano con una celerità, rispetto alla corrente, pari alla velocità critica $\pm \sqrt{g y_m}$. Tali perturbazioni non possono dunque risalire verso monte nelle correnti veloci, dato che in esse è $U > \sqrt{g y_m}$. Di conseguenza le correnti veloci non possono risentire influenze da valle e sono controllabili solo da monte. Viceversa le correnti lente sono influenzate dalle condizioni di valle.

14.6 - Moto permanente gradualmente variato

E' il moto di una corrente a pelo libero con variazioni graduali di sezione ed eventualmente di direzione. Le linee di corrente sono ovunque sensibilmente rettilinee e parallele e quindi in ogni sezione la pressione ha distribuzione idrostatica (carico piezometrico cost).

L'eq.ne di continuità, dato che nelle correnti a p.l. si può ritenere sempre $Q = \text{cost}$, è ancora

$$(14.30) \quad \boxed{Q = \Omega U = \text{cost}}$$

(*) - Lo stesso ragionamento vale per la velocità critica U_c che, attraverso la (14.23), si può calcolare per una data profondità y_c . Inoltre si tenga presente che le definizioni sono invertibili, nel senso che le (14.18) (14.19) definiscono y_c dato Q , ma anche Q_c dato y ; e analogamente le (14.21) (14.22) definiscono y_c dato H , oppure H_c dato y .

ma Ω ed U variano gradualmente lungo l'asse s della corrente.

Definito in ogni sezione il carico totale

$$(14.31) \quad H = z + y + \alpha \frac{U^2}{2g} = h + \alpha \frac{U^2}{2g} = z + E$$

cioè l'energia totale della corrente per unità di peso, ed indicata con j la perdita di tale energia per unità di percorso s , l'eq.ne del moto è simbolicamente

$$(14.32) \quad \boxed{\frac{dH}{ds} = -j}.$$

Considerata la gradualità delle variazioni di Ω ed U , appare giustificato assumere per j l'espressione delle perdite valide nel moto uniforme, naturalmente con valori variabili da sezione a sezione

$$(14.33) \quad j = \frac{U^2}{C^2 R g} \quad \text{oppure} \quad j = \frac{U^2}{\chi^2 R}$$

a seconda che si impieghi il coeff. adimensionale C o il coeff. di Chèzy $\chi = C \sqrt{g}$. Tenendo conto della (14.30) e della (14.33) l'eq.ne del moto diventa

$$(14.34) \quad \boxed{-\frac{dH}{ds} = \frac{Q^2}{\Omega^2 C^2 R g}} \quad \text{oppure} \quad \boxed{-\frac{dH}{ds} = \frac{Q^2}{\Omega^2 \chi^2 R}}$$

14.7 - Alvei di sezione variabile - Corsi d'acqua naturali

Il problema del tracciamento del profilo della superficie libera di un corso d'acqua si può risolvere, in generale, con un procedimento di calcolo passo a passo, conoscendo la portata Q e disponendo di un rilievo dell'alveo, diviso in tronchi di lunghezza δs , anche variabile, abbastanza brevi da poter confondere i valori medi della sezione e della velocità in ciascun tronco con i valori ad un estremo.

La variazione $\delta H_{i,i+1}$ del carico totale fra due sezioni contigue distanti $\delta s_{i,i+1}$ si calcola con la (14.34) per differenze finite

$$(14.35) \quad \delta H_{i,i+1} = -\frac{Q^2}{g} \frac{1}{\left[\Omega^2 C^2 R\right]_i} \cdot \delta s_{i,i+1}$$

dove δH è negativo se si procede verso valle, $\delta s > 0$, e viceversa.

Si ottiene quindi il carico totale $H_{i+1} = H_i + \delta H_{i,i+1}$ nella sez. (i+1), a partire dal valore noto nella sez. (i), e si determina il carico piezometrico (cioè la quota del p.l.) risolvendo l'eq.ne

$$(14.36) \quad H_{i+1} = h_{i+1} + \alpha_{i+1} \frac{Q^2}{2g \Omega_{i+1}^2}$$

nota la funzione $\Omega = \Omega(h)$ in ogni sezione. Dal carico piezometrico, cono-

scendo la quota di fondo, si può eventualmente dedurre subito la profondità (V. fig. 14.5).

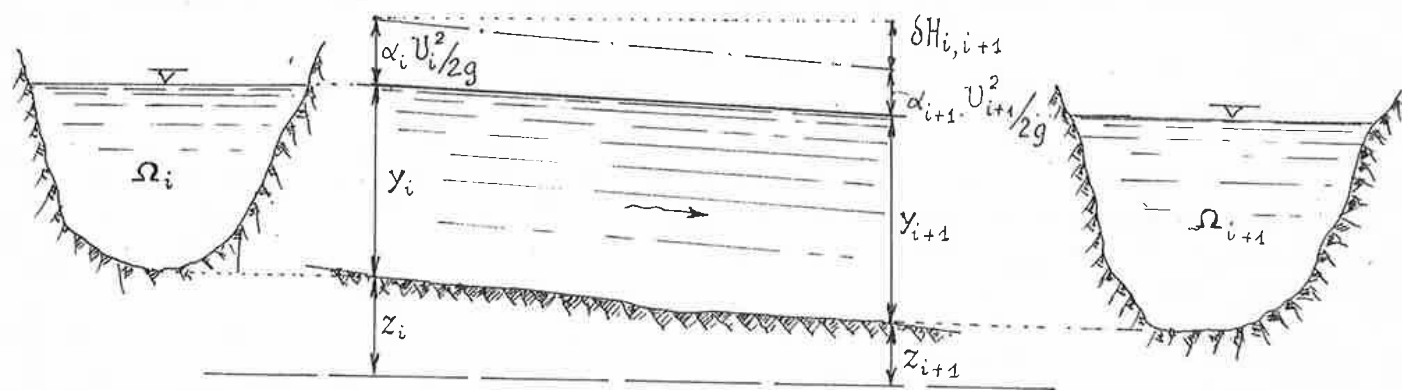


Fig. 14.5

L'eq.ne (14.36) ammette due soluzioni, una corrispondente alla situazione supercritica della corrente, l'altra alla subcritica. Poichè il procedimento è valido solo nell'ambito di variazioni graduali della corrente, variazioni che non possono modificarne lo stato, la soluzione da assumere è definita evidentemente in base alle condizioni di partenza.

L'approssimazione del calcolo può essere migliorata, senza ridurre la distanza δs , con procedimenti iterativi, mediando la funzione $\Omega^2 C^2 R$ fra la sez. (i) e la sez. (i+1).

14.8 - Alvei cilindrici - Profili di rigurgito

L'eq.ne (14.32), tenuto conto della (14.31), diventa

$$(14.37) \quad \frac{dH}{ds} = \frac{dz}{ds} + \frac{dE}{ds} = -j$$

dalla quale, essendo $-dz/ds = i_f$ = pendenza del fondo, segue

$$(14.38) \quad \boxed{\frac{dE}{ds} = i_f - j}$$

Se l'alveo è cilindrico, le variazioni di Ω con s sono dovute esclusivamente alle variazioni della profondità y con s , cioè $\Omega = \Omega[y(s)]$; quindi anche il carico specifico

$$(14.39) \quad E = y + \alpha \frac{Q^2}{2g \Omega^2}$$

è funzione di s solo attraverso y : $E = E[y(s)]$, per cui

$$(14.40) \quad \frac{dE}{ds} = \frac{dE}{dy} \cdot \frac{dy}{ds}$$

Sostituendo la (14.40) nell'eq.ne del moto permanente (14.38) si ot tiene l'eq.ne dei profili di rigurgito in alveo cilindrico

$$(14.41) \quad \boxed{\frac{dy}{ds} = \frac{i_f - j}{dE/dy}}$$

con le perdite j definite dall'eq. (14.33).

E' evidente che:

$$(14.42) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{per } y = y_u = \text{prof. moto unif.} \quad i_f = j \quad dy/ds = 0 \quad \text{profilo // al fondo} \\ \text{per } y \rightarrow y_c = \text{prof. critica} \quad dE/dy \rightarrow 0 \quad dy/ds \rightarrow \infty \quad \text{profilo } \perp \text{ al fondo} \end{array} \right.$$

Quest'ultimo risultato è solo indicativo di una "tendenza" perchè, quando il profilo assume pendenze molto forti, la condizione di corrente quasi-cilindrica non è più soddisfatta.

Tenuto conto dell'espressione (14.33) di j e della definizione di E si ha:

ALVEO DI SEZIONE
GENERICA

$$(14.43) \quad i_f - j = i_f \left(1 - \frac{Q^2}{\Omega^2 C^2 R g i_f} \right)$$

$$(14.44) \quad \frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{g \Omega^3}$$

ALVEO DI SEZIONE RETTANGOLARE
 ∞ LARGA con $C = \text{cost}$ (*)

$$i_f - j = i_f \left(1 - y_u^3 / y^3 \right)$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - y_c^3 / y^3$$

(*) - Osserviamo che in alveo rettangolare ∞ largo è $R = y_u$ e la profondità del moto uniforme è definita dall'equazione

$$q = C y_u \sqrt{g y_u i_f}$$

ossia

$$y_u = \sqrt[3]{\frac{q^2}{C^2 g i_f}}$$

con q = portata per unità di larghezza dell'alveo.

La profondità critica y_c è data dalla (14.19)

$$(14.19) \quad y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

Per studiare l'andamento dei profili di rigurgito scriviamo la (14.41) nella forma $dy/ds = i_f N/D$ con N e D definiti dalle (14.43) e dalle (14.44) rispettivamente.

Distinguiamo tre casi, in relazione alla pendenza dell'alveo:

- I) $i_f < i_Q$ - alveo tranquillo - nel quale la prof. y_u del moto uniforme è $>$ della prof. critica y_c .
- II) $i_f > i_Q$ - alveo torrentizio - nel quale $y_u < y_c$.
- III) $i_f = i_Q$ - alveo con pendenza critica: $y_u = y_c$.

I) ALVEO TRANQUILLO

L'andamento qualitativo delle curve $N(y)$ e $D(y)$ è rappresentato nella fig. 14.6, nella quale sono indicati anche i segni del rapporto dy/ds nei diversi campi $0 - y_c - y_u - \infty$. Tenuto conto di tali segni e dei valori limite (14.42) si ottengono i profili indicativi riportati nella fig. 14.7

- ① - u - ② - correnti lente
- ③ - corrente veloce

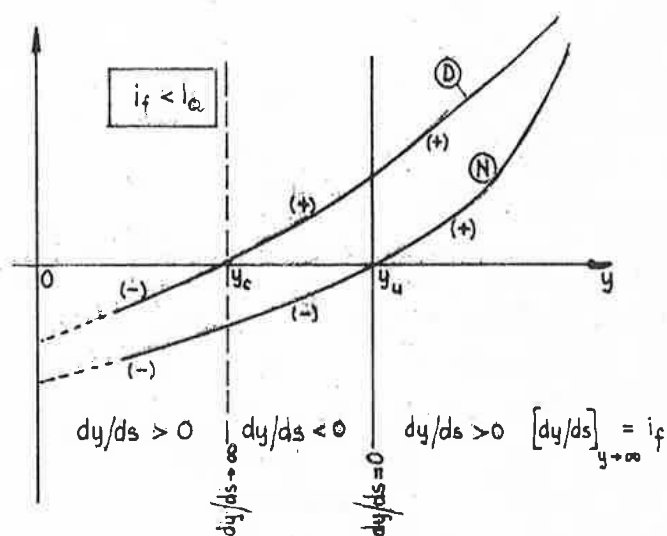


Fig. 14.6

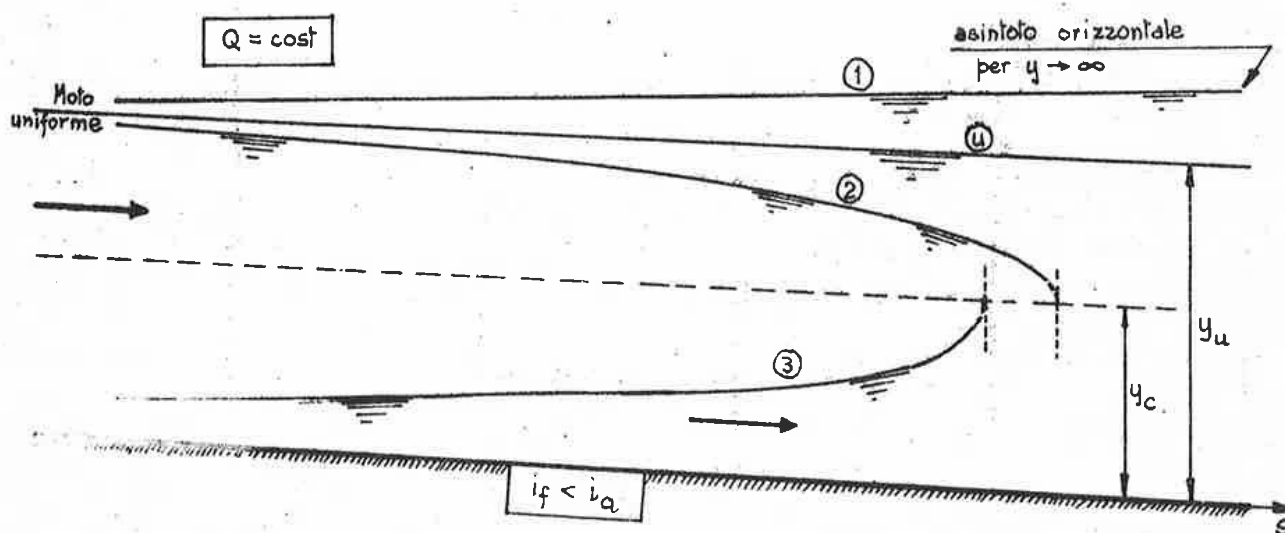


Fig. 14.7

II) ALVEO TORRENTIZIO

Con procedimento analogo, sulla fig. 14.8 sono stati riportati i segni di dy/ds nei campi $0 - y_u - y_c - \infty$ e, in base ad essi e ai valori limite (14.42), sono stati tracciati i profili della fig. 14.9.

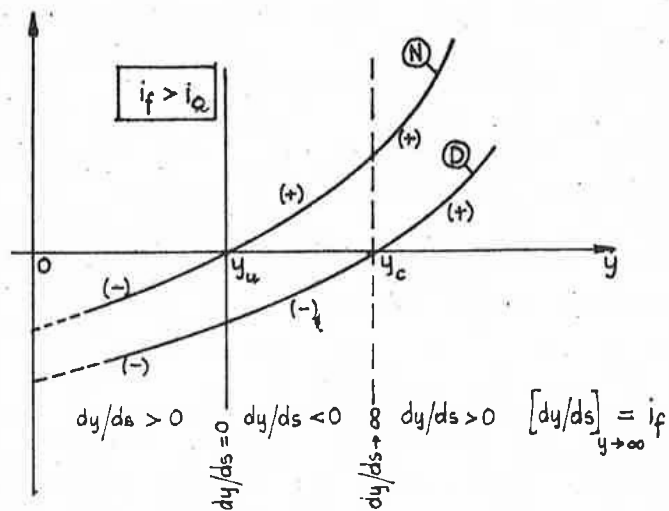


Fig. 14.8

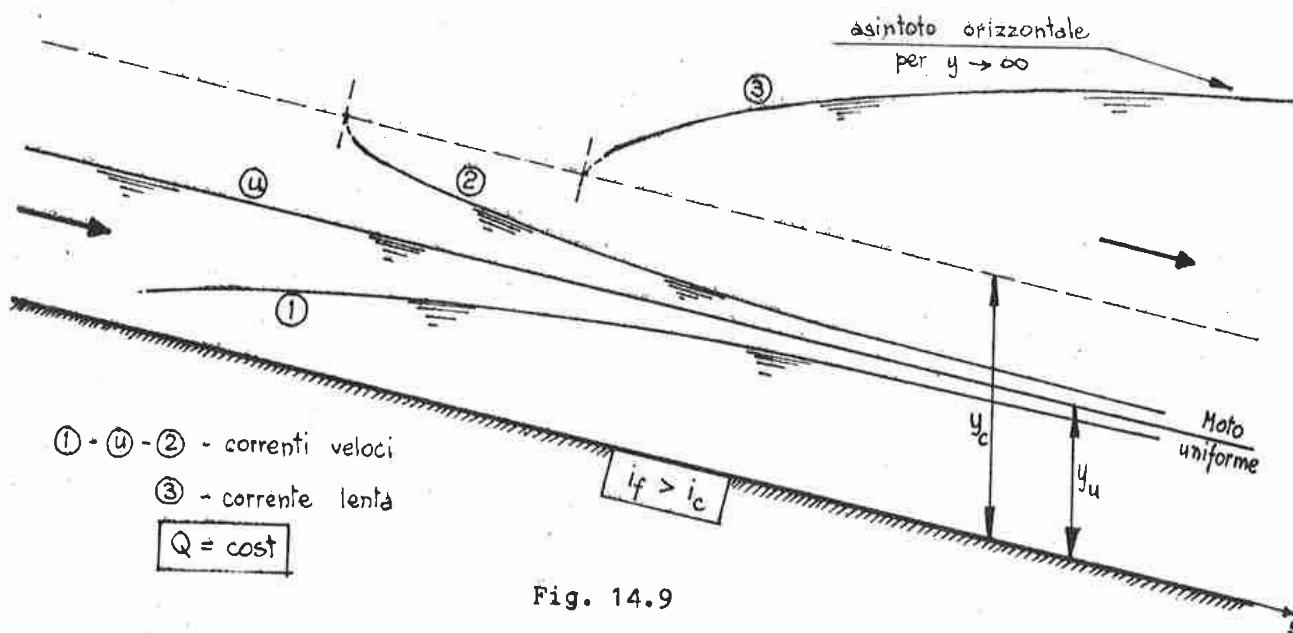


Fig. 14.9

III) ALVEO CON PENDENZA CRITICA

Essendo $y_u = y_c$, l'eq. (14.41) con le (14.43) e (14.44) fornisce

per $y \neq y_u = y_c$ $dy/ds = i_f \cdot 1/1 = i_f$

per $y = y_u = y_c$ $dy/ds = 0/0 = \text{indeterminato}$

Il pelo libero è orizzontale ($dy/ds = i_f$) quando la profondità è diversa da quella di moto uniforme. Avvicinandosi y ad y_u il profilo della corrente non diventa necessariamente // al fondo, potendo invece assumere qualunque valore di pendenza. Esso presenta sperimentalmente delle sensibili ondulazioni stazionarie (V. fig. 14.10). Dal punto di vista energetico l'indeterminazione è giustificata dal fatto che, essendo E minimo in corrispondenza di $y = y_u = y_c$, la profondità può subire piccole variazioni senza apprezzabili cambiamenti dell'energia specifica.

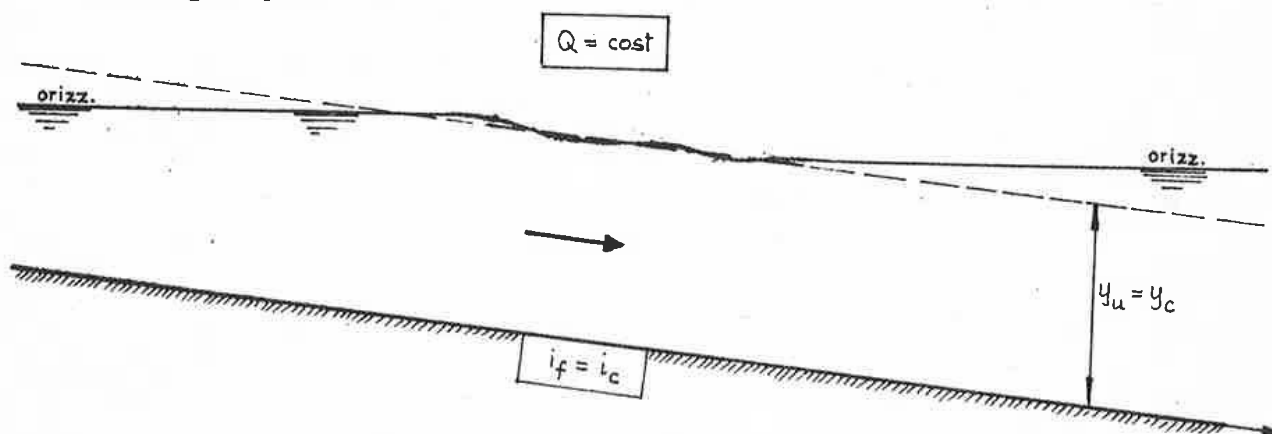


Fig. 14.10

L'alveo orizzontale ($i_f = 0$) differisce dal I° caso solo per il fatto che $y_u = \infty$ e quindi in esso possono presentarsi soltanto i profili (2) e (3) della fig. 14.7.

14.9 - L'integrazione dell'equazione dei profili di rigurgito

L'integrale generale dell'eq. (14.41) è esprimibile in una forma semplice, dovuta a Bresse, quando l'alveo è rettangolare molto largo e si può assumere $C = \text{cost}$. In queste condizioni l'eq.ne differenziale dei profili di rigurgito è, per le (14.43) e (14.44),

$$(14.46) \quad \frac{dy}{ds} = i_f \frac{y^3 - y_u^3}{y^3 - y_c^3}$$

Posto: $z = y/y_u$ e $k = y_c/y_u$, la (14.46) diventa

$$(14.47) \quad ds = \frac{y_u}{i_f} \cdot \frac{z^3 - k^3}{z^3 - 1} dz = \frac{y_u}{i_f} \left(1 - \frac{1 - k^3}{1 - z^3} \right) dz$$

Indichiamo con $\phi(z)$ l'integrale

$$(14.48) \quad \phi(z) = \int_0^z \frac{dz}{1-z^3}$$

che si trova tabellato anche nel Manuale dell'Ingegnere per diversi valori di z . Allora, detta y_0 la profondità nota ad un'ascissa s_0 ed y la profondità generica all'ascissa s (fig. 14.11) e ricordando il significato di z e di k , dalla (14.47) segue

$$(14.49) \quad \Delta s = s_0 - s = \frac{y_0 - y}{i_f} - \frac{y_u}{i_f} \left(1 - \frac{y_c^3}{y_u^3}\right) \left[\phi\left(\frac{y_0}{y_u}\right) - \phi\left(\frac{y}{y_u}\right) \right]$$

L'eq. (14.49) si utilizza per calcolare la distanza $\Delta s = s_0 - s$ (positiva verso monte) di una sezione di profondità y dalla sezione di profondità y_0 . Per il calcolo di y_u e di y_c si vedano le formule (14.45) e (14.19) riportate nella nota a pag. 14.11.

14.10 - Esempi di profili

Fissato il valore della portata, la conoscenza di un punto del profilo ne consente il tracciamento in una sola direzione, o verso monte

o verso valle a seconda che le perturbazioni di piccola ampiezza e di piccola pendenza (ossia i segnali in partenza dalla sezione di controllo) possono propagarsi contro-corrente oppure no. Precisamente, per quanto si è già visto, i profili di

- corrente lenta sono determinati verso monte (e quindi controllati da valle)
- corrente veloce sono determinati verso valle (e quindi controllati da monte).

Le figure 14.12 e 14.13 mostrano alcuni esempi di profili rispettivamente in un alveo a debole pendenza e in un alveo a forte pendenza.

I punti indicati con la lettera A determinano verso monte profili di corrente lenta, quelli indicati con B determinano verso valle profili di corrente veloce. Il raccordo fra i due tipi di profili si realizza con una discontinuità detta salto idraulico, rappresentata indicativamente con un segmento verticale nelle figure precedenti.

14.11 - Variazioni rapide di correnti in moto permanente

IL SALTO IDRAULICO può presentarsi con forme diverse in relazione al valore del n° di Froude della corrente di monte:

$$Fr_1 = \frac{U_1}{\sqrt{g y_1}} \quad (\text{con riferimento, per semplicità, alla sez. rett.})$$

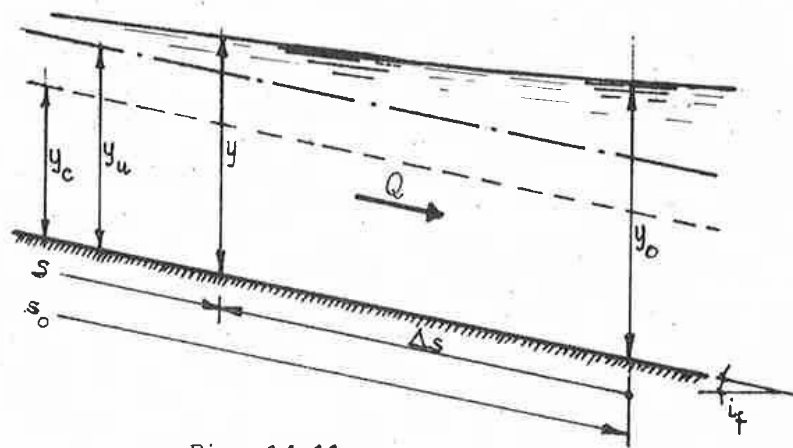


Fig. 14.11

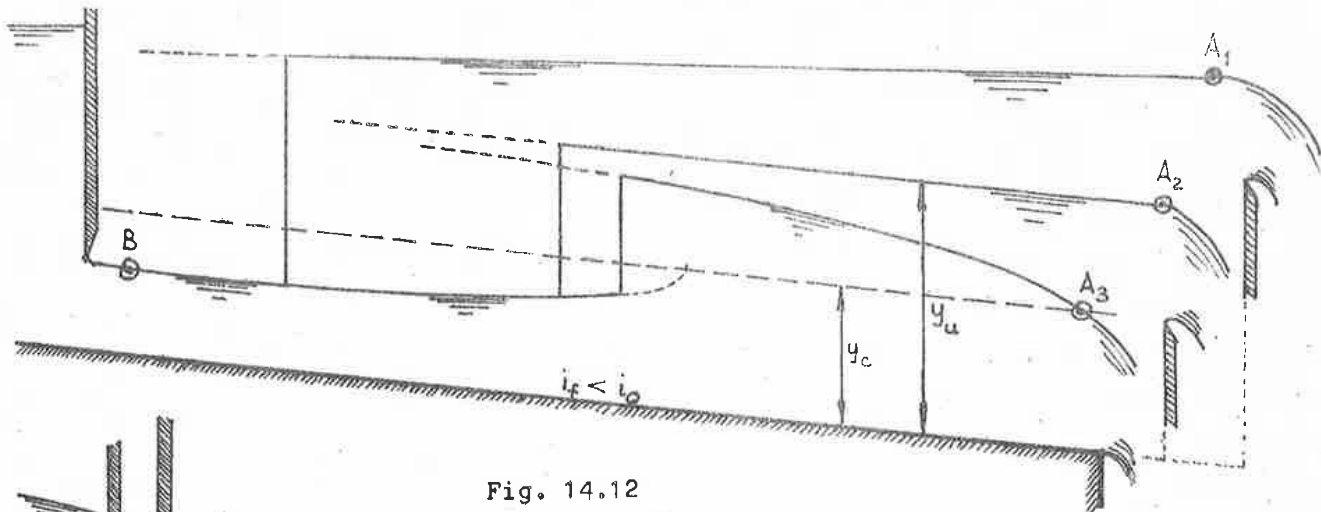


Fig. 14.12

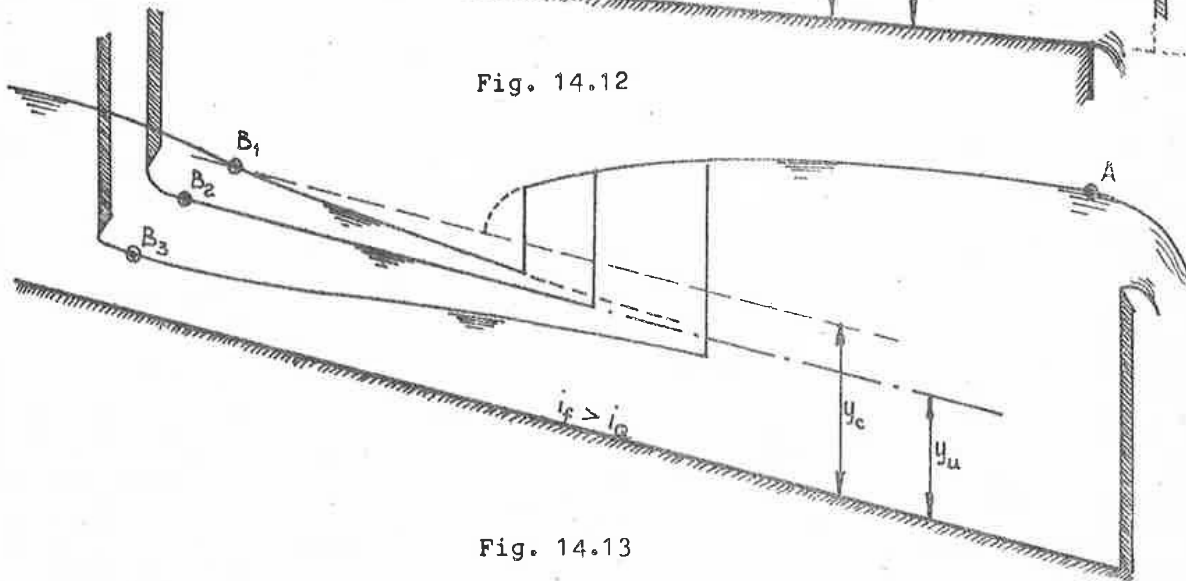


Fig. 14.13

a - Per $1 < Fr_1^2 \lesssim 1,8 \div 2$

il salto è ondulato (fig. 14.14a). La profondità di valle y_2 è raggiunta attraverso una serie di ondulazioni stazionarie smorzate del p.l.

La prof. max è data dalla

$$(14.50) \quad y_{\max} \leq \frac{U_1^2}{g}.$$

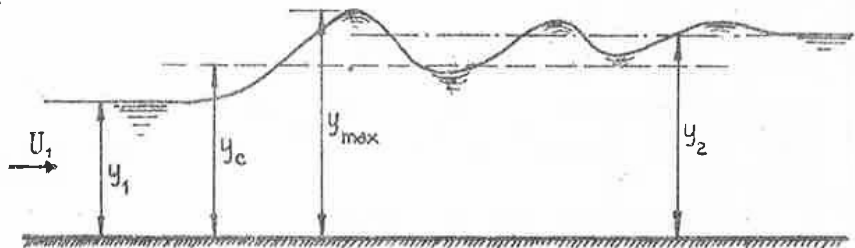


Fig. 14.14a

b - Per $2 \lesssim Fr_1^2 \lesssim 3$

il salto è ondulato con frangimenti (fig. 14.14b). Il treno di onde si accorcia e le più alte frangono sulla cresta riducendo si di ampiezza.

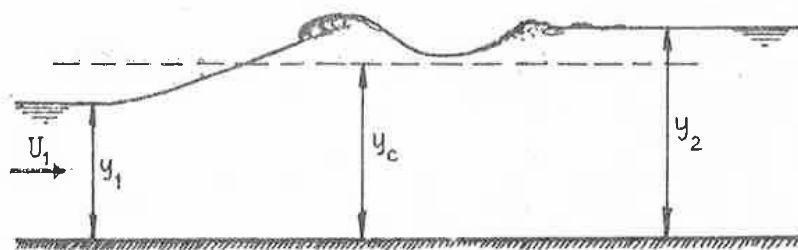


Fig. 14.14b

c - Per $Fr_1^2 > 3$.

Il salto è diretto e si realizza con un unico vortice sotto il quale si diffonde la corrente veloce dissipando una notevole frazione della sua energia. (Fig. 14.14c) Superficialmente, sulla cresta frangente, il movimento avviene nel ver

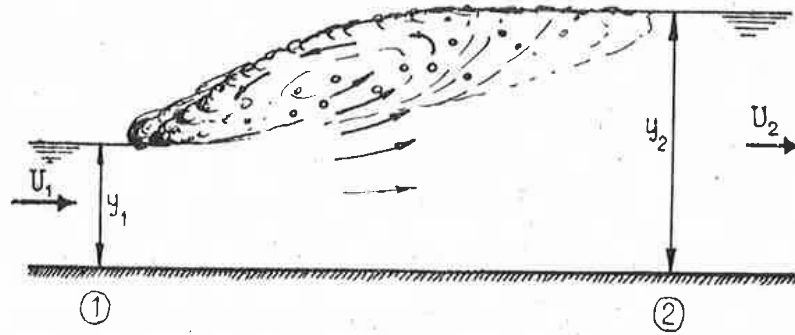


Fig. 14.14c

so opposto a quello generale di trasporto e continua a trascinare all'interno del vortice bolle d'aria che si liberano a valle. Il fenomeno ha l'aspetto del fronte di una grande onda in frangimento; ed effettivamente esso può considerarsi il risultato dell'equilibrio fra la velocità di propagazione contro-corrente di un'onda di ampiezza non piccola e la velocità U_1 della corrente supercritica.

IL SALTO DI BIDONE, come spesso viene chiamato il salto diretto, si studia mediante l'applicazione del teorema della quantità di moto al volume di controllo compreso fra la sezione 1 immediatamente a monte del salto e una sezione 2 a valle, dove la distribuzione della pressione è ritornata ad essere idrostatica (fig. 14.14c). Si trascurano la componente del peso nella direzione del moto (nulla solo se il fondo è orizzontale) e la risultante delle tensioni tangenziali sul contorno, dirette in senso opposto al moto. L'ultima forza è piccola, rispetto alle altre in gioco, perchè è breve il tronco che si considera. E' importante notare che le resistenze al contorno sono cause dissipative secondarie rispetto alle azioni turbolente e viscosse che si sviluppano nel vortice. Ma queste ultime, essendo forze interne al volume di controllo, non intervengono esplicitamente nell'espressione del teorema della Q.d.M. (pur condizionandone i risultati).

In alveo cilindrico di sezione generica, indicando con y_{Gi} le profondità dei baricentri delle sezioni Ω_i , si ha

$$(14.51) \quad \gamma y_{G1} \Omega_1 - \gamma y_{G2} \Omega_2 = \rho Q U_2 - \rho Q U_1$$

assumendo $\beta = 1$ i coefficienti β riduttori delle Q.d.M. Indichiamo con

$$(14.52) \quad S_i = \gamma y_{Gi} \Omega_i + \rho Q^2 / \Omega_i$$

la Q.d.M. totale (*) in ciascuna sezione, cioè la somma della spinta idrostatica e della Q.d.M. relativa alla massa della portata. L'eq. (14.51) assume la forma

$$(14.53) \quad S_1 = S_2$$

che generalmente si scrive dividendo ambo i membri per γ . Posto allora

$$(14.54) \quad s_i = \frac{S_i}{\gamma} = y_{Gi} \Omega_i + \frac{Q^2}{g \Omega_i}$$

(*) detta anche "spinta totale".

si ottiene una funzione della profondità che ha qualitativamente l'andamento rappresentato nella fig. 14.15. Essa è stata riportata adimensionalmente riferendola al valore s_{\min} corrispondente alla profondità $y = y_c$; sulla stessa figura è riportata anche la curva E/E_{\min} in funzione sempre di y/y_c . Dal diagramma si nota che ad ogni valore $s = \text{cost}$ ($> s_{\min}$) corrispondono due profondità y_1 ed y_2 che soddisfano la (14.53) e come tali sono le profondità coniugate del salto. Una è $< y_c$, l'altra $> y_c$, ed è sempre E_1 , carico specifico nella sezione 1 della corrente veloce, $> E_2$, carico specifico nella sezione 2 della corrente lenta.

Ne deriva, per ragioni energetiche, che il salto collega sempre una corrente veloce a monte con una lenta a valle. La differenza $E_1 - E_2 = E$ rappresenta la perdita di energia per 1 peso che si verifica nel salto (a meno della trascurata differenza di quota del fondo).

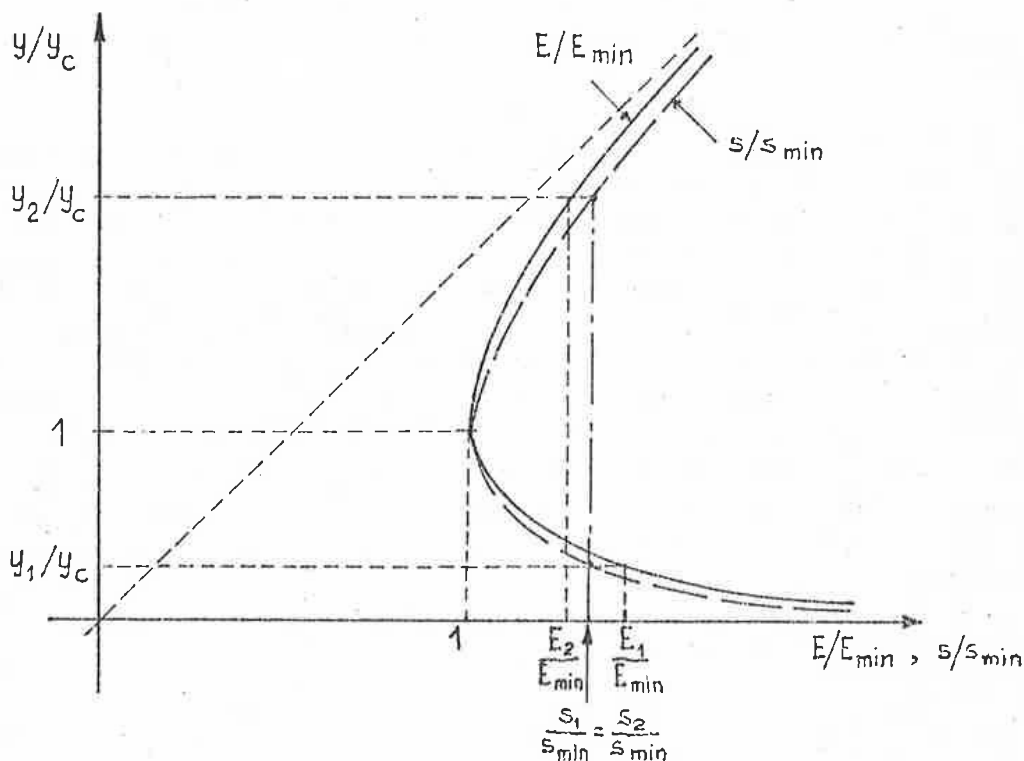


Fig. 14.15

Quando in un alveo cilindrico sono noti, per una data portata, il profilo di una corrente veloce da monte e quello di una lenta da valle che devono fra loro raccordarsi, si determina la posizione del salto tracciando, con riferimento al fondo, la funzione $s(y)$ data dalla (14.54) per la corrente di monte (s_m nella fig. 14.16) e quella per la corrente di valle (s_v nella fig. 14.16). Dove le due curve s'intersecano si verifica la condizione $s_1 = s_2$ prevista per il formarsi del salto.

14.12 - Il salto di Bidone in alveo rettangolare

Indichiamo con $q = Q/b$ la portata per 1 di larghezza. Tenuto conto che $y_{Gi} = y_i/2$, l'eq. (14.51) diventa

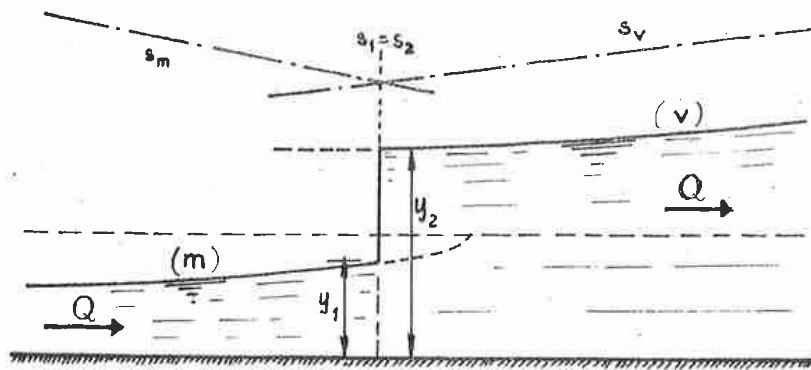


Fig. 14.16

$$(14.55) \quad \frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} = \frac{q^2}{g} \left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1} \right)$$

da cui, dividendo per $(y_1 - y_2) \neq 0$, si ha

$$(14.56) \quad y_1^2 y_2 + y_1 y_2^2 - 2 q^2 / g = 0$$

equazione che consente subito, conoscendo una delle profondità di ricavare la coniugata. Ad es., nota y_1 , essendo Fr_1 il n° di Froude, si ottiene

$$(14.57) \quad y_2 = \frac{y_1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8 Fr_1^2} \right)$$

La perdita di carico, data la relazione (14.56) fra le profondità, si ricava senza difficoltà

$$(14.58) \quad \Delta E = E_1 - E_2 = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2} .$$

Essa conferma la necessità, dovendo essere positiva, che sia sempre $y_1 < y_2$, cioè il salto all'in su nel senso del moto.

La lunghezza del salto vale approssimativamente $L \approx 6 (y_2 - y_1)$.

L'eq.ne (14.57) si riduce alla relazione lineare

$$(15.59) \quad \frac{y_2}{y_1} = 1,428 Fr_1 - 0,50$$

con un errore $< 1\%$ per $2 \leq Fr_1 \leq 10$.